

試験問題（計量経済学）

問1 次の問に答えなさい。（各9点）

- (1) 方程式 $Q_i = AL_i^{1-\beta} K_i^\beta$ を線形回帰モデルで推定するための方法を説明しなさい。
 (2) 線形回帰モデル $Y_i = \alpha + \beta X_i + u_i$ における β の最小二乗推定量が

$$\hat{\beta} = \frac{\sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2}$$

であることを証明しなさい。

- (3) 線形回帰モデル $Y_i = \alpha + \beta X_i + u_i$ における α の最小二乗推定量が

$$\hat{\alpha} = \bar{Y} - \hat{\beta} \bar{X}$$

であることを証明しなさい。

- (4) 線形回帰モデル $Y_i = \alpha + \beta X_i + u_i$ を最小二乗法で推定した回帰直線 $\hat{Y}_i = \hat{\alpha} + \hat{\beta} X_i$ がデータの平均 (\bar{Y}, \bar{X}) を通ることを証明しなさい。
 (5) 線形回帰モデル $Y_i = \alpha + \beta X_i + u_i$ の誤差項 u_i が正規分布に従うとき、最小二乗推定量 $\hat{\beta}$ も正規分布に従うことを証明しなさい。

問2 Y_i と X_i のデータが下の表のように与えられており、線形回帰モデル $Y_i = \alpha + \beta X_i + u_i$ を推定したいものとする ($i = 1, \dots, 4$)。このとき、以下の問に答えなさい。

i	Y_i	X_i
1	2	6
2	3	4
3	5	4
4	6	2

- (1) β を最小二乗法で推定しなさい。（8点）
 (2) α を最小二乗法で推定しなさい。（7点）
 (3) 決定係数 R^2 を求めなさい。（10点）

問3 学歴が賃金に与える影響を分析するために、以下の線形回帰モデルを考える ($i = 1, \dots, N$)。

$$wage_i = \alpha + \beta_1 collage_i + \beta_2 female_i + u_i$$

ただし、 $wage_i$ は賃金（月額、万円）、 $collage_i$ は大卒・大学院卒ならば1、それ未満な

らば 0 とするダミー変数、 $female_i$ は女性ならば 1、男性ならば 0 とするダミー変数である。このモデルをあるデータで最小二乗推定したところ下記の結果が得られた。

$$\widehat{wage}_i = 16.6 + 5.5 collage_i - 1.4 female_i$$

$$(8.3) \quad (2.2) \quad (1.0)$$

ただし、カッコ内の数字は標準誤差である。このとき、以下の間に答えなさい。

- (1) 最小二乗推定量 $\hat{\alpha}, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2$ の t 値をそれぞれ求めなさい。(各 3 点、合計 9 点)
- (2) 推定した式から大卒の女性を得る賃金の予測値を求めなさい。(6 点)
- (3) この回帰モデルに不足していると考えられる説明変数は何か、その理由は何かを説明しなさい。(15 点)